

TPP Mark 2013

September 19, 2013

今年サム・ロイドの 14-15 パズルの不可能問題について出題します。

1.概要

サム・ロイドの 14-15 パズルというのは、15 パズル(別名:15 ゲーム)において、14 番目と 15 番目の駒を入れ替えた状態からでは、どのような駒の移動を行っても、本来の 15 パズルの完成形にすることができないというものです。

参考: [Wikipedia](#) による解説

2.問題

お好みの定理証明系で、14-15 パズルは完成不可能であることを証明してください。

※注意

- 与えられるパズルの盤面は 14 番目と 15 番目の駒のみが入れ替えられたものです。
- パズルの移動は $\{1, 2, \dots, 16\}$ (16 は空マス) の内の 2 つの駒の互換の合成で表されるので、以上を形式化定義してください。

※追記

- 15 パズルではなく 8 パズルを考慮していただいても結構です。(力技での証明、大歓迎です)

3.参考

'15 パズルの数理' <<http://www.tcp-ip.or.jp/~n01/math/combinatorics/15puzzle/15puzzle.pdf>>